

АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ ГРАФИКОВ И ВЫВОДА ЭЛЕКТРОННЫХ ТАБЛИЦ ЗАВИСИМОСТИ УДЕЛЬНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ЧИСТЫХ МЕТАЛЛОВ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ АГРЕГАТНЫХ СОСТОЯНИЯХ В СРЕДЕ LABVIEW

В.С. Попов, О.Г. Петросян

МГТУ им. Н. Э. Баумана, г. Москва

1. Постановка задачи

Многие области науки и техники используют данные удельного электрического сопротивления чистых металлов. В частности, эти данные широко используются в компьютерной, космической отраслях, при создании новых композитных материалов и даже в исследованиях элементарных частиц.

Целями создания алгоритма являлись:

1. Построение графиков и вывод электронных таблиц зависимости удельного электрического сопротивления чистых металлов от температуры с заданной дискретностью по температуре.
2. Исследование возможности многомерной аппроксимации данных удельного электрического сопротивления различных металлов в зависимости не только от температуры, но и от, например, относительной атомной массы металла, посредством полученных графиков.

График удельного электрического сопротивления чистых металлов с изменением температуры в общем случае имеет три области:

1. Область сверхпроводимости (для некоторых металлов) при крайне низких температурах (менее 10 К), в которой электрическое сопротивление отсутствует (равняется нулю при современной точности измерений); область сверхпроводимости не была охвачена в рамках данной работы.
2. Область твёрдого состояния металла при температурах выше критической температуры перехода в сверхпроводящее состояние, в этой области изменение удельного электрического сопротивления может быть приближённо описано с помощью как линейных, так и нелинейных формул.
3. Область жидкого состояния металла, в которой необходима аппроксимация имеющихся данных ввиду разнообразного изменения удельного электрического сопротивления при изменении температуры для жидких металлов.

2. ВУЗ, кафедра или предприятие, на котором внедрено решение

Кафедра «Информационные системы и телекоммуникации» МГТУ им. Н. Э. Баумана.

3. Описание решения

3.1 Особенности удельного электрического сопротивления металлов в твёрдом и жидком состояниях

График изменения удельного электрического сопротивления в зависимости от температуры для кадмия приведён на рис. 1 (график для участка сверхпроводимости не приводится). Участок для твёрдого состояния построен путём расчётов по формулам (2) и (3), участок для жидкого состояния построен по экспериментальным данным.

Следует заметить, что изменение удельного сопротивления в твёрдом состоянии при температурах выше критической температуры перехода в сверхпроводящее состояние линейно не на всём промежутке температур, при низких температурах наблюдается нелинейность данной зависимости [1].

В жидком состоянии графики для различных металлов могут различаться в гораздо большей степени. Некоторые эксперименты показывают, что в кадмии и цинке при росте температуры удельное сопротивление сначала уменьшается, увеличиваясь в дальнейшем, при этом на графике для жидкого состояния образуется минимум. Напротив, графики зависимости удельного электрического сопротивления от температуры для золота, серебра, меди, магния, теллура, индия, алюминия и некоторых других металлов в жидком состоянии линейны. [2] Кроме того, у некоторых металлов (например, у висмута) при переходе в жидкое состояние наблюдается не увеличение, а уменьшение удельного сопротивления по сравнению с удельным сопротивлением при больших температурах в твёрдом состоянии.

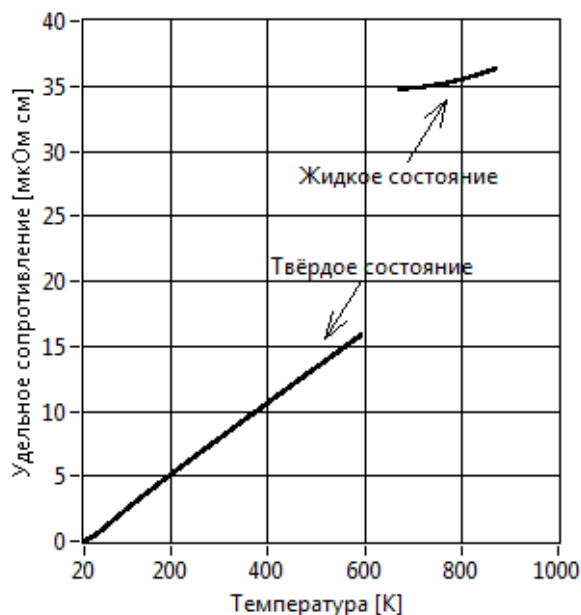


Рис. 1. График изменения удельного электрического сопротивления в зависимости от температуры для кадмия, созданный в LabVIEW

Для расчёта удельного электрического сопротивления в твёрдом состоянии часто приводится следующая формула линейной зависимости:

$$r_t = r_0(1 + at), \quad (1)$$

где r_t – удельное электрическое сопротивление при температуре t градусов Цельсия, r_0 – удельное электрическое сопротивление при нуле градусов Цельсия, a – температурный коэффициент сопротивления, t – температура в градусах Цельсия.

Более точный расчёт можно произвести посредством использования следующих формул [3]:

$$r_T = 1,056 \frac{T}{\Theta} F\left(\frac{\Theta}{T}\right) \quad (2)$$

$$r_T = r_0 \frac{r_T}{r_0}, \quad (3)$$

где r_T – приведённое сопротивление при температуре T градусов Кельвина, r_T – удельное электрическое сопротивление при температуре T градусов Кельвина, r_0 – приведённое сопротивление при нуле градусов Цельсия, r_0 – удельное электрическое сопротивление при нуле градусов Цельсия, T – температура в градусах Кельвина, Θ – характеристическая температура металла, $F\left(\frac{\Theta}{T}\right)$ – табличная функция [3].

Для жидкого состояния были найдены таблицы зависимости удельного сопротивления от температуры. В программе данные аппроксимируются, после чего алгоритм вычисляет данные удельного сопротивления для выбранной дискретности по температуре.

3.2 Исходные данные

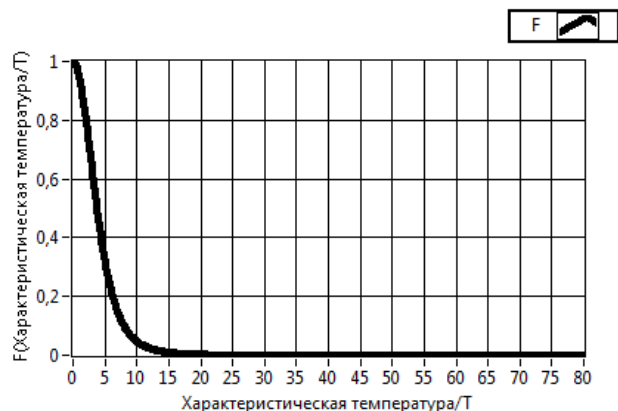
Исходными данными для алгоритма являются следующие таблицы:

1. Таблица удельного сопротивления при нуле градусов Цельсия и характеристической температуры металлов.
2. Таблица значений функции F при различных отношениях температур Θ и T (рис. 2) [3].

Таблица значений функции $F(\text{Характеристическая температура}/T)$ для различных отношений (Характеристическая температура/ T)

0	1	1,5	0,8848	...	36	0,0002963
0,1	0,9994	1,6	0,8704	...	38	0,0002387
0,2	0,9978	1,7	0,8554	...	40	0,0001944
0,3	0,995	1,8	0,8398	...	44	0,0001328
0,4	0,9912	1,9	0,8238	...	48	0,00009375
0,5	0,9862	2	0,8073	...	50	0,00007964
0,6	0,9803	2,1	0,7905	...	52	0,00006806
0,7	0,9733	2,2	0,7733	...	56	0,00005061
0,8	0,9653	2,3	0,7559	...	60	0,00003841
0,9	0,9563	2,4	0,7383	...	64	0,00002967
1	0,9465	2,5	0,7205	...	68	0,00002328
1,1	0,9357	2,6	0,7026	...	70	0,00002073
1,2	0,9241	2,7	0,6846	...	72	0,00001852
1,3	0,9118	2,8	0,6666	...	76	0,00001492
1,4	0,8986	2,9	0,6486	...	80	0,00001215

График функции F



$$F\left(\frac{\Theta}{T}\right)$$

Рис. 2. Таблица и график для функции $F\left(\frac{\Theta}{T}\right)$, предназначенной для расчётов удельного электрического сопротивления с помощью нелинейной математической модели (2), (3)

- Таблица температур плавления и кипения металлов.
- Таблица удельного электрического сопротивления жидких металлов в зависимости от температуры (рис. 3). Данные в таблице указаны не для всех металлов; дискретность полученных из литературы данных различна; количество заполненных данными ячеек для металлов различно: для золота и меди в таблице существует только по две пары (температура; удельное электрическое сопротивление), а для калия – уже 29 таких пар.
- 5.

Таблица удельного сопротивления жидких металлов в зависимости от температуры

Металл	Температура, градус Цельсия																							
	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700	750	800	850	900	950	1000	1050	1100	..	
Алюминий														74,7	76,7		77,7	79,7		80,6				..
Дискут						111,9		117,6		143,3		149		154,7		160,4		166,1		171,8				..
Железо																								..
Углерод						16,7		19,3		41,9		44,4		47		49,6		52,2		54,7				..
Кадмий										46,7		47,7		48,7		49,7		50,7		51,7				..
Калий	11,54	19,5	21,71	24,91	26,25	21,81	35,58	19,53	43,97	49,64	53,65	59,06	54,05	71,05	77,72	64,98	62,59	100,93	108,99	119,89	130,6		..	
Мелкий Медь														27,7		28,2		28,7						..
Натрий	9,09	11,5	13,37	15,33	17,36	19,53	21,83	24,27	26,86	29,62	32,55	35,68	39,01	42,57	46,37	50,45	54,81	59,49	64,51	69,89	75,63		..	
Олово						49,7		52,2		54,7		57,2		59,6		62,1		64,5		67,8				..
Рубидий	22,87	27,01	31,51	36,18	40,93	45,82	50,85	55,12	61,78	67,96	74,52	81,61	89,8	98,32	108,02	118,31	129,16	141,51	154,68	168,13	185,19	203,26	..	
Сплав									98,2		102,9		107,6		112,4		117,1		121,8		126,3			..
Серебро																								..
Сурьма																111,4		116,1		120,8				..
Таллий										75,2		79,1		81,9		84,8		87,7						..
Цезий	38,49	44,73	51,07	56,48	62,11	68,05	74,37	81,4	89,13	98,35	108,16	118,57	119,98	130,22	141,52	153,98	167,69	182,68	198,08	214,79	232,67	251,67	..	
Цинк											15,8		16,3		16,4		16,3							..

Рис. 3. Таблица удельного электрического сопротивления [10^{-8} Ом·м] жидких металлов в зависимости от температуры [$^{\circ}$ C] (построено в LabVIEW по данным [2])

Первые две таблицы из приведённого списка необходимы для получения данных удельного сопротивления металлов в твёрдом состоянии, третья и четвёртая таблицы необходимы для аппроксимации данных и изменения дискретности данных удельного сопротивления металлов в жидком состоянии.

3.3 Алгоритм

В созданном алгоритме можно выделить следующие логические блоки:

- Чтение данных из электронных таблиц формата CSV, преобразование данных в массивы, вывод данных в табличной форме на лицевую панель виртуального прибора, настройка списка металлов (рис. 4, 5).

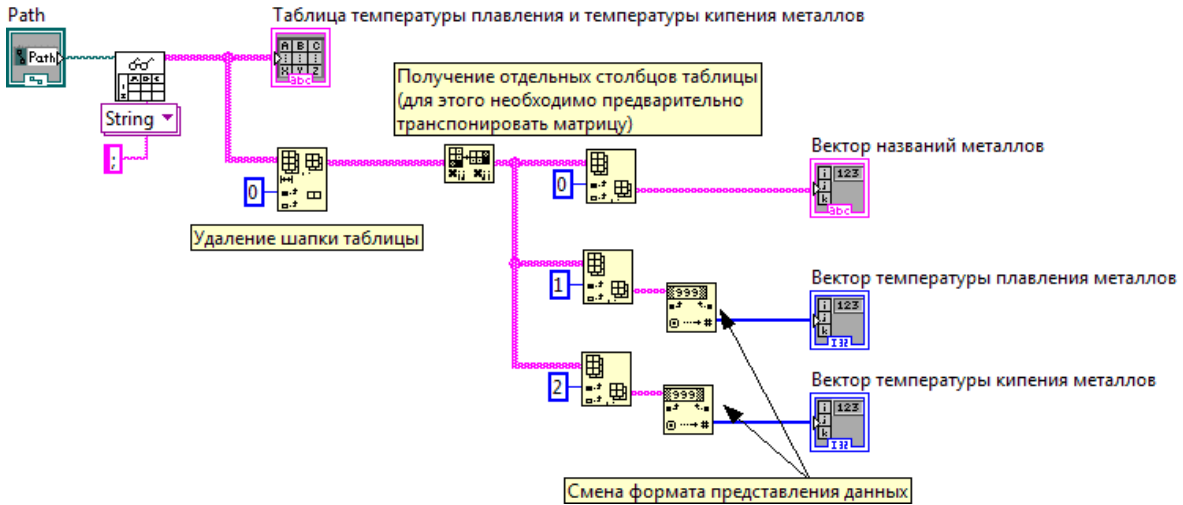


Рис. 4. Один из виртуальных подприборов для считывания табличных данных формата CSV, используемый на блок-диаграмме основного виртуального прибора

Для считывания данных из файлов формата CSV используется виртуальный прибор Read From Spreadsheet File.vi. После работы Read From Spreadsheet File.vi необходимо дополнительно обработать табличные данные, преобразованные в двумерный строковый массив: например, удалить шапку таблицы, транспонировать массив, выделить отдельные строки или столбцы, выполнить приведение типов (см. рис. 4).

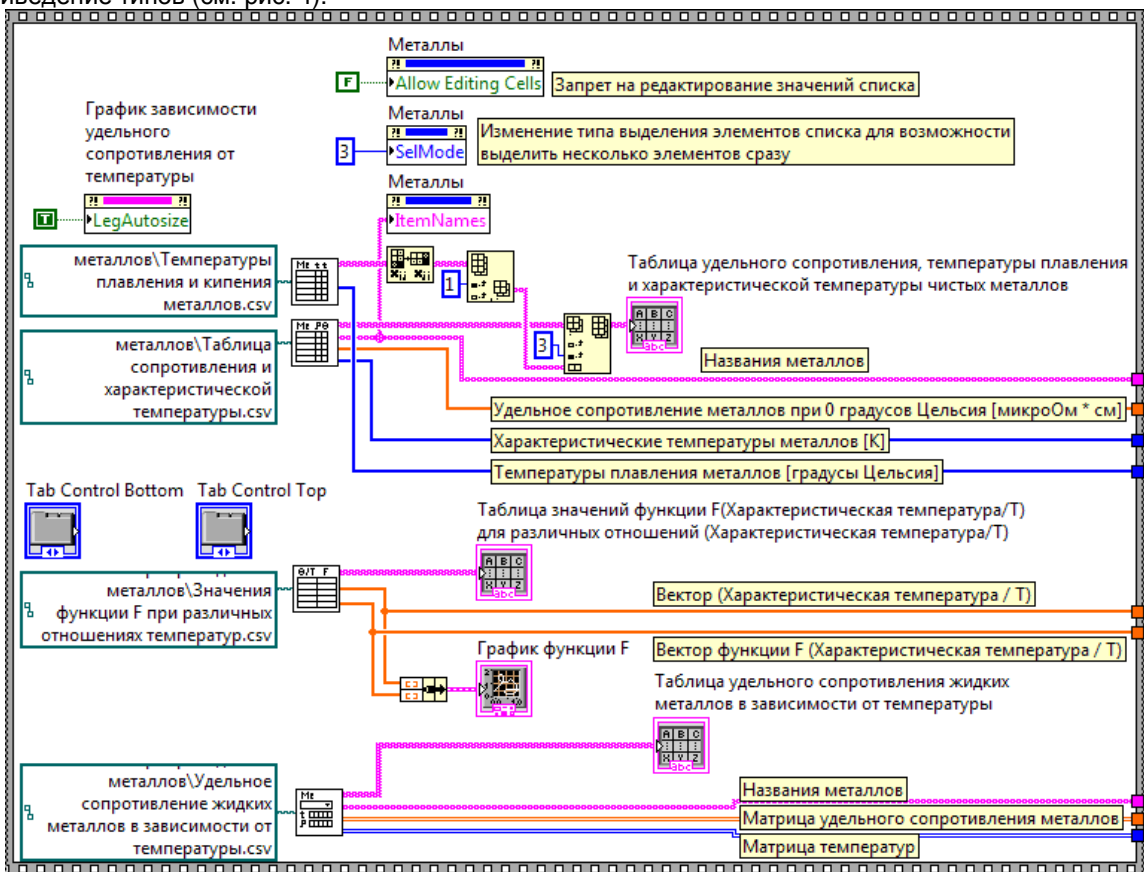


Рис. 5. Чтение табличных данных из файлов формата CSV, вывод табличной информации на лицевую панель, настройка списка металлов – запрет редактирования элементов списка и разрешение выделения сразу нескольких элементов. Чтение табличных данных осуществляется виртуальными приборами, разработанными для каждого типа таблиц (рис. 4)

2. Вычисление удельного электрического сопротивления для выбранных металлов с указанным шагом по температуре для твёрдого состояния с использованием математической модели (формулы (2) и (3)) (рис. 6).

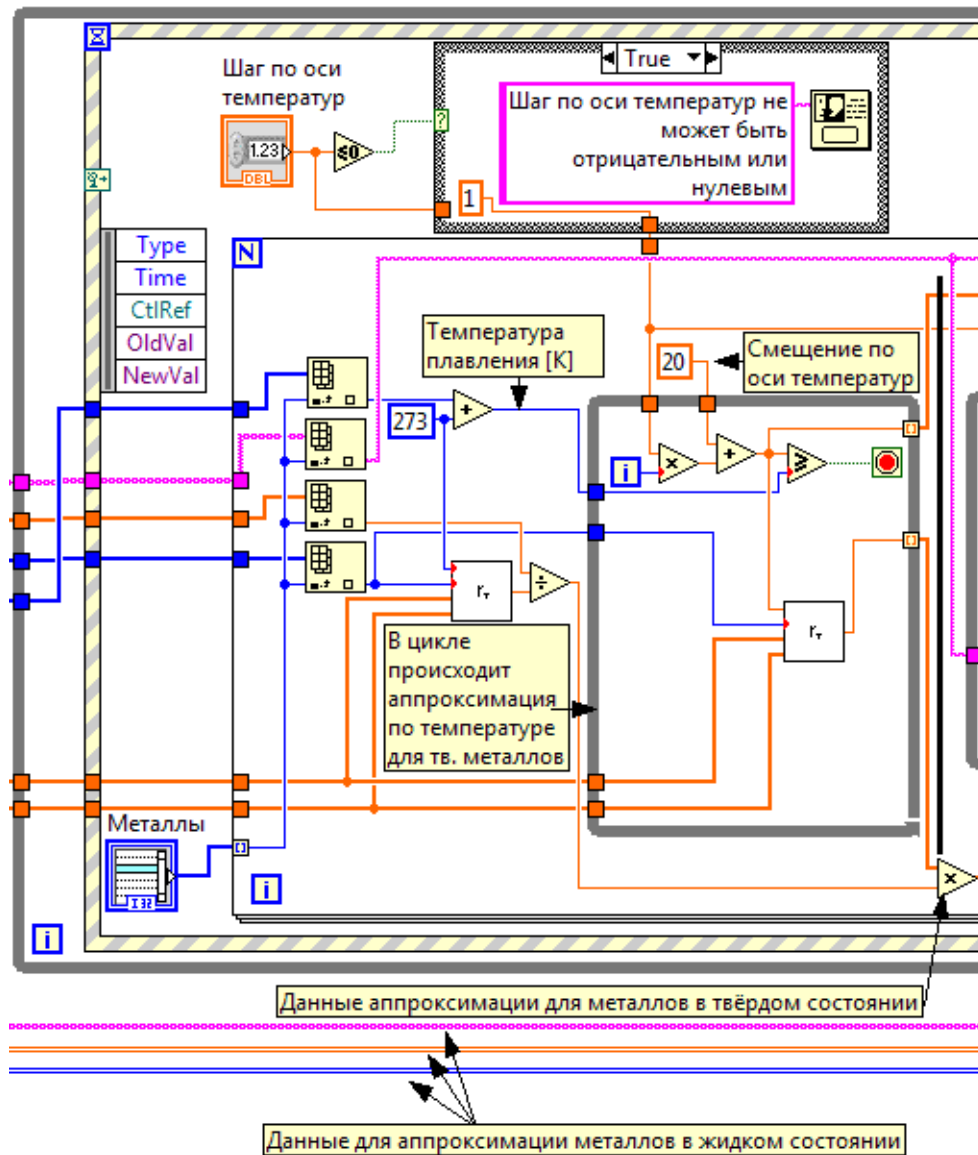


Рис. 6. Часть алгоритма программы, реализующая расчёт удельного электрического сопротивления для твёрдого состояния металлов

Массив *Металлы* (см. Рис. 6, внизу слева) вмещает в себя номера выбранных элементов списка металлов. Массив индексируется в структуре *For Loop*, внутри которой для каждого выбранного металла происходит расчёт значений удельного электрического сопротивления в температурном диапазоне от 20 Кельвинов до температуры кипения (при наличии данных удельного электрического сопротивления для жидкого состояния) или до температуры плавления (при отсутствии упомянутых данных). По значению элемента массива с помощью виртуальных приборов *Index Array* (слева) определяются такие параметры как: температура плавления металла, название металла, удельное сопротивление при нуле градусов Цельсия, характеристическая температура. Далее виртуальный прибор для расчёта приведённого сопротивления вычисляет значение r_0 (см. формулу (2)), после чего в структуре *While Loop* вычисляются значения r_T для различной температуры T до температуры плавления металла с шагом по температуре, заданным пользователем. После указанных вычислений

вектор значений r_T перемножается на постоянное в рамках конкретного металла значение дроби $\frac{r_0}{r_0}$

для получения вектора значений r_T по формуле (3).

3. Вычисление удельного электрического сопротивления для выбранных металлов с указанным шагом по температуре для жидкого состояния с использованием табличных данных путём их аппроксимации (если таковые данные имеются для выбранного металла) (рис. 7).
- 4.

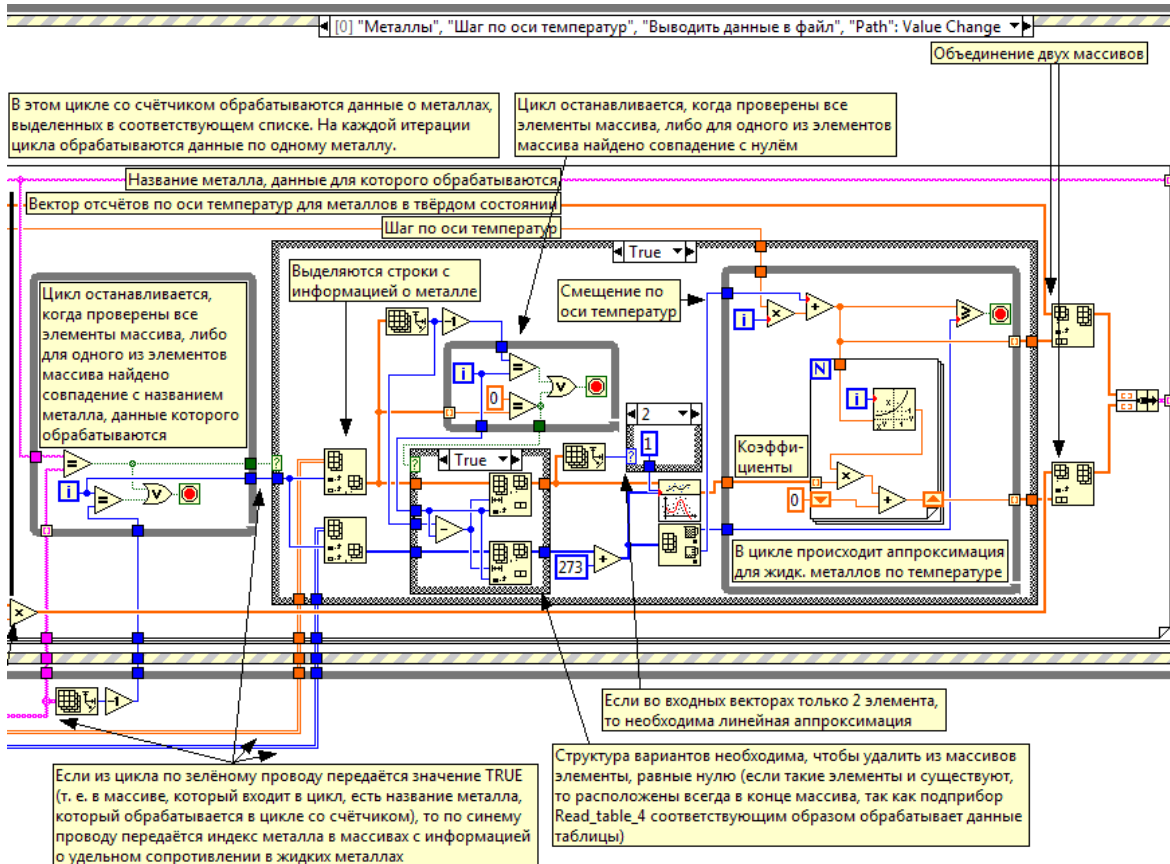


Рис. 7. Аппроксимация данных удельного электрического сопротивления для жидкого состояния металлов

Структура While Loop (см. рис. 7, слева) обеспечивает проверку существования данных удельного электрического сопротивления для жидкого состояния рассматриваемого металла; в случае наличия таких данных на входе Case Selector структуры Case, вмещающей в себя другие структуры, появляется значение True, а значение счётчика структуры While Loop показывает номер строки для обрабатываемого металла в двумерных массивах удельного электрического сопротивления жидких металлов. Далее в структуре Case Selector происходит индексация двумерных массивов данных удельного электрического сопротивления жидких металлов, т.е. выборка одномерных массивов с информацией для конкретного металла. В одном из полученных одномерных массивов содержится информация об удельном электрическом сопротивлении для жидкого состояния металла, в другом – поэлементно соответствующие первому массиву данные температуры; таким образом, элементы этих двух одномерных массивов образуют пары (температура; удельное электрическое сопротивление). После процесса выборки нужных одномерных массивов следует процесс удаления хвоста в обоих массивах, состоящего из нулевых элементов, так как количество отсчётов удельного электрического сопротивления различается для металлов, а сами данные хранятся в двумерном массиве. Завершает обработку данных для жидкого состояния металлов получение коэффициентов для аппроксимации удельного электрического сопротивления и, собственно, получение отсчётов с указанным интервалом по температуре. Границами для аппроксимации служат минимальная и максимальная из тех температур, для которых существуют отсчёты удельного электрического сопротивления в исходных таблицах. При наличии только двух отсчётов для аппроксимации

программа проводит аппроксимацию посредством полинома второго порядка, а при наличии большего количества отсчётов – полиномом третьего порядка.

По окончании получения данных удельного электрического сопротивления с указанным шагом по температуре как для твёрдого, так и для жидкого (при наличии данных) состояния производится объединение двух указанных массивов данных.

5. Экспорт данных указанной дискретности в файл электронных таблиц формата CSV (comma separated values – значения, разделённые запятыми), вывод графиков, настройка графика и легенды.

3.4 Недостатки используемого подхода и пути к совершенствованию алгоритма

Ведерников М. В. [1] отмечает, что для некоторых переходных и редкоземельных металлов наблюдается сильное замедление, почти прекращение роста сопротивления при высоких температурах в твёрдом состоянии, что не может быть показано используемой математической моделью (формулы (2), (3)).

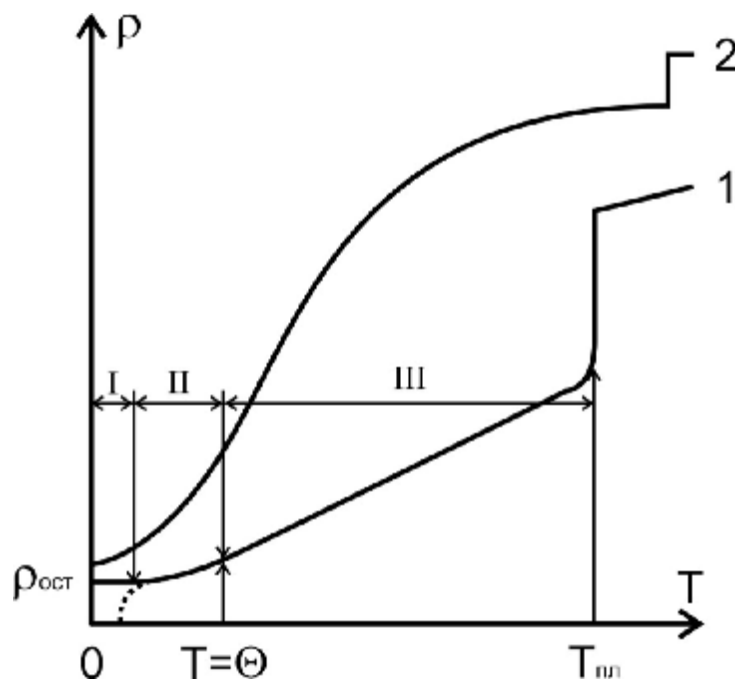


Рис. 8. Типичные температурные зависимости удельного электросопротивления металлов [1]

На рис. 8 область I соответствует области сверхпроводимости для металлов, переходящих в сверхпроводящее состояние (переход показан пунктиром), и области остаточной проводимости $\rho_{ост}$ для других металлов. Ширина этой области не превышает 10 градусов Кельвина. Область II соответствует быстрому росту электрического сопротивления, после которого следует область линейной зависимости III для большого количества металлов (кривая 1 на рис. 8). Для многих металлов, у которых зависимость $r = f(T)$ соответствует кривой 1 (см. рис. 8), отмечены слабые отступления от линейной зависимости в области III. Для некоторых переходных и редкоземельных металлов наблюдается сильное замедление, почти прекращение роста сопротивления при высоких температурах (кривая 2 на рис. 8) [1].

Некоторые металлы, такие как железо, никель и хром имеют особые точки магнитного разупорядочения [1], особо выраженные на графиках зависимости их удельного сопротивления от температуры (рис. 9). Используемая математическая модель (формулы (2) и (3)) не отражает эту существенную особенность. Имеет смысл замена математической модели на табличные данные удельного сопротивления или доработка самой математической модели.

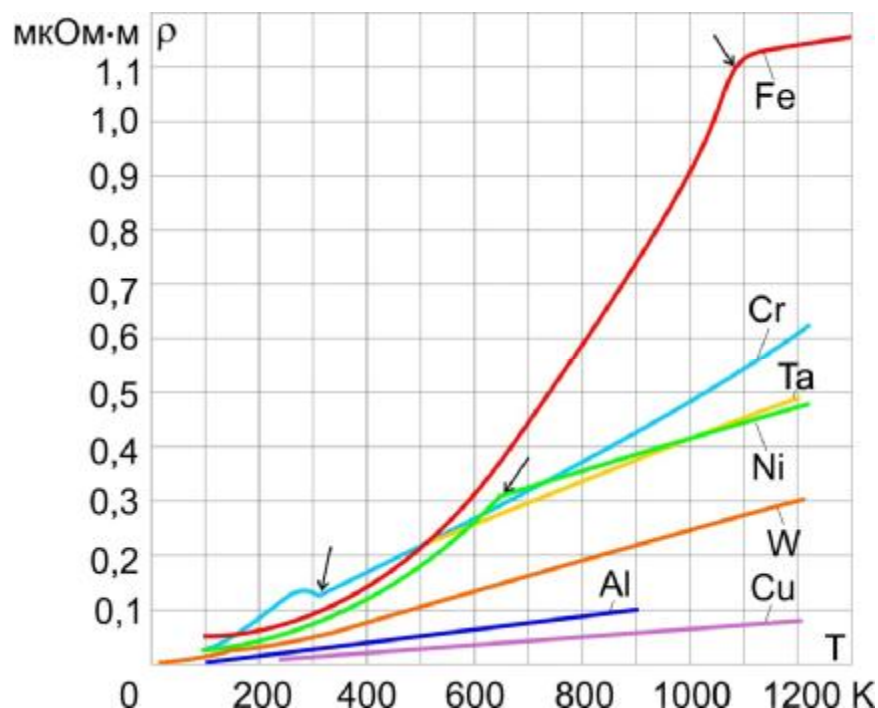


Рис. 9. Зависимость удельного электрического сопротивления от температуры для некоторых чистых металлов [1]: для ферромагнитных никеля и железа и антиферромагнитного хрома стрелками указаны точки магнитного разупорядочения

В то же время необходимо отметить, что поиск данных зависимости удельного электрического сопротивления от температуры затруднителен ввиду частого применения на практике довольно грубых математических моделей (формулы (1), (2), (3)), а в публикациях на указанные и смежные темы чаще встречаются графики удельного сопротивления металлов, нежели табличные данные. Хотелось отметить, что данные экспериментов, приводимые в различных литературных источниках, зачастую имеют довольно сильные расхождения из-за различной постановки эксперимента и использования металлов разной степени чистоты: ведь на удельное сопротивление довольно сильное влияние оказывает присутствие примесей, а получение металлов высокой чистоты является дорогим процессом.

3.5 Возможность многомерной аппроксимации данных

В период работы над проектом возможность многомерной аппроксимации данных, в том числе с целью прогноза значений удельного электрического сопротивления при выборке пар (температура; удельное электрическое сопротивление) только некоторых металлов для получения указанных пар для металлов вне списка, не выявлена, что указывает на большое количество параметров, влияющих на изменение удельного электрического сопротивления с ростом температуры для конкретного металла.

3.6 Выводы

1. Был создан набор виртуальных приборов для построения графиков и вывода электронных таблиц зависимости удельного электрического сопротивления чистых металлов от температуры с заданной дискретностью по температуре для твёрдого и жидкого состояний при температурах, лежащих в диапазоне от 20 градусов Кельвина до температур кипения или плавления металлов (в зависимости от наличия или отсутствия данных удельного электрического сопротивления для жидкого состояния).
2. Возможность многомерной аппроксимации данных в процессе работы над проектом не выявлена.
3. Погрешности аппроксимации в рамках разработанного виртуального прибора и существующих данных зависимости удельного электрического сопротивления от температуры для различных металлов малы.

4. Используемый подход, разделяющий как обработку информации для твёрдого и жидкого состояний металлов, так и источники данных для этих состояний (теоретические и экспериментальные), полностью зарекомендовал себя.
5. Были обнаружены и изложены пути для совершенствования как предлагаемого алгоритма, так и используемой математической модели описания удельного электрического сопротивления металлов в твёрдом состоянии.

4. Используемое оборудование и программное обеспечение National Instruments

National Instruments LabVIEW 8.5, National Instruments LabVIEW 2011.

5. Перспективы внедрения и развития решения – отрасли, названия предприятий и т.п.

Решение может быть усовершенствовано на кафедре «Информационные системы и телекоммуникации» МГТУ им. Н. Э. Баумана и внедрено, помимо кафедры, в качестве стенда для обучения физике и химии в широком диапазоне организаций, а также в качестве инструмента для расчёта удельного электрического сопротивления металлов в твёрдом и жидком состояниях при решении инженерных задач.

6. Список литературы

1. Справочник по электротехническим материалам / Под ред. Ю.В. Корицкого, В. В. Пасынкова, Б. М. Тареева. – Т. 3. – 3-е изд., перераб. – Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1988. – 728 с.: ил.
2. Металлические расплавы и их свойства. Арсентьев П. П., Коледов Л. А., М., «Металлургия», 1976, 376 с.
3. Физические величины: Справочник / А. П. Бабичев, Н. А. Бабушкина, А. М. Братковский и др.; Под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова. – М.; Энергоатомиздат, 1991. – 1232 с.