



Попов Владислав Сергеевич
Старший преподаватель кафедры
«Информационные системы и телекоммуникации»
МГТУ им. Н.Э. Баумана

Вычисление количества итераций цикла исполнителя Чертёжник в задании № 12 ЕГЭ по информатике

В задании № 12 ЕГЭ по информатике в последние годы чаще всего встречаются задачи на анализ результатов работы исполнителя Редактор (см. «Переводим псевдокод, или Решение задачи № 12 ЕГЭ по информатике на обработку строк», Потенциал: Математика, Физика, Информатика, № 2, февраль 2022), однако ранее в задании присутствовали алгоритмы для исполнителей Робот и Чертёжник. Например, задача, содержащая алгоритм для исполнителя Чертёжник, появлялась в демонстрационных версиях ЕГЭ 2015 и 2018 и в досрочных вариантах ЕГЭ 2015 и 2019 г. С учётом практики использования старых заданий на ЕГЭ по информатике и обновления задания № 6, полезно повторить метод решения задач на нахождение количества итераций цикла для исполнителя Чертёжник. В данной статье рассмотрены аналитическое решение и метод проверки задания на анализ алгоритма для исполнителя Чертёжник.

Пример задания

Приведём задание демонстрационной версии ЕГЭ по информатике 2018 года:

Исполнитель Чертёжник перемещается на координатной плоскости, оставляя след в виде линии. Чертёжник может выполнять команду сместиться на (a, b) , где a, b – целые числа. Эта команда перемещает Чертёжника из точки с координатами (x, y) в точку с координатами $(x + a, y + b)$. Например, если Чертёжник находится в точке с координатами $(4, 2)$, то команда сместиться

на $(2, -3)$ переместит Чертёжника в точку $(6, -1)$.

Цикл
ПОВТОРИ число РАЗ
последовательность команд
КОНЕЦ ПОВТОРИ

означает, что последовательность команд будет выполнена указанное число раз (число должно быть натуральным).

Чертёжнику был дан для исполнения следующий алгоритм (число повторений и величины смещения в первой из повторяемых команд неизвестны):

НАЧАЛО

```

сместиться на (4, 6)
ПОВТОРИ ... РАЗ
    сместиться на (... , ...)
    сместиться на (4, -6)
КОНЕЦ ПОВТОРИ
сместиться на (-28, -22)

```

КОНЕЦ

В результате выполнения этого алгоритма Чертёжник возвращается в исходную точку. Какое наибольшее число повторений могло быть указано в конструкции «ПОВТОРИ ... РАЗ»?

Аналитическое решение

Обозначим переменными n , a , b количество итераций цикла и смещение в первой команде тела цикла:

НАЧАЛО

```

сместиться на (4, 6)
ПОВТОРИ n РАЗ
    сместиться на (a, b)
    сместиться на (4, -6)
КОНЕЦ ПОВТОРИ
сместиться на (-28, -22)

```

КОНЕЦ

исполнитель возвращается в исходную точку:

$$\begin{cases} 4 + n(a + 4) - 28 = 0 \\ 6 + n(b - 6) - 22 = 0 \end{cases}$$

Запишем уравнения системы в виде:

$$\begin{cases} n(a + 4) = 24 \\ n(b - 6) = 16 \end{cases}$$

Для аналитического решения представленной задачи составим систему уравнений, описывающих изменения позиции Чертёжника по осям x и y , равные 0, поскольку

Полученная система уравнений совместна и не определена, т.е. имеет бесконечно много решений. Для целых n , a , b наибольшим значением n является наибольший общий делитель чисел 24 и 16, который равен 8. Ответ: 8.

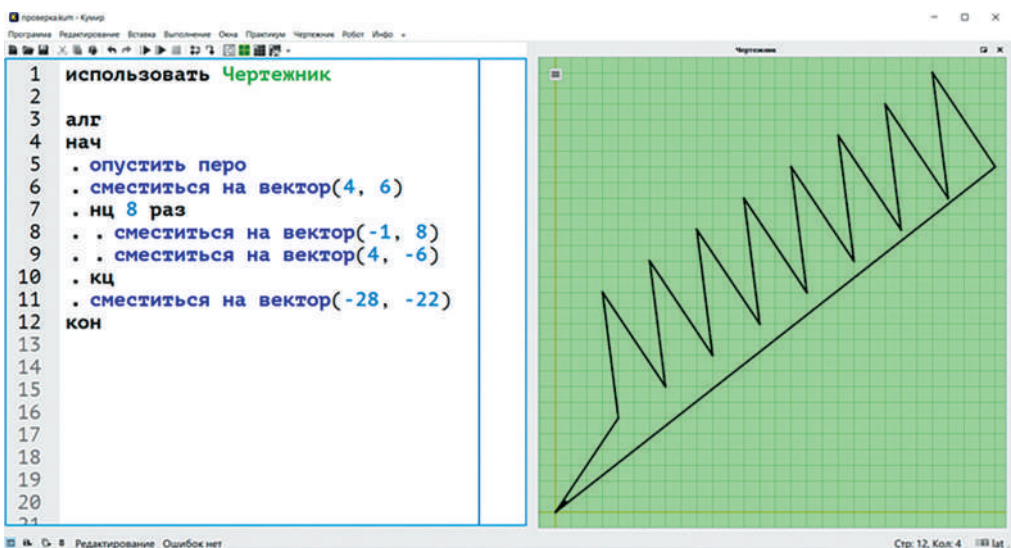


Рис. 1

Проверка в среде Кумир

Для проверки решения в среде Кумир, во-первых, следует вычислить значения переменных a , b для найденного значения $n = 8$: $a = -1$, $b = 8$. Во-вторых, следует записать приведённый в задании алгоритм в среде Кумир с вычисленными зна-

чениями переменных n , a , b . Если Чертёжник возвращается в исходную точку и при вычислении максимального количества итераций цикла был корректно вычислен наибольший общий делитель, то был получен правильный ответ (рис. 1).

Дополнительные задания для самостоятельного решения

1. (Демовариант ЕГЭ-2015)

Чертёжнику был дан для исполнения следующий алгоритм (буквами n , a , b обозначены неизвестные целые числа, при этом $n > 1$):

НАЧАЛО

 сместиться на $(-3, -3)$

 ПОВТОРИ n РАЗ

 сместиться на (a, b)

 сместиться на $(27, 12)$

 КОНЕЦ ПОВТОРИ

 сместиться на $(-22, -7)$

КОНЕЦ

Укажите наименьшее возможное значение числа n , для которого найдутся такие значения чисел a и b , что после выполнения программы Чертёжник возвратится в исходную точку.

Ответ: 5.

2*. Чертёжнику был дан для исполнения следующий алгоритм (на месте многоточий указаны неизвестные целые числа):

НАЧАЛО

 сместиться на $(10000, 4100)$

 ПОВТОРИ ... РАЗ

 сместиться на $(..., 1)$

 сместиться на $(2, ...)$

 КОНЕЦ ПОВТОРИ

 сместиться на $(85, -66)$

КОНЕЦ

В результате выполнения этого алгоритма Чертёжник возвращается в исходную точку. Какое наибольшее число повторений могло быть указано в конструкции «ПОВТОРИ ... РАЗ»?

Ответ: 2017.

3*. Чертёжнику был дан для исполнения следующий алгоритм (буквами n , a , b обозначены неизвестные целые числа, при этом $n > 1$):

НАЧАЛО

 ПОВТОРИ n РАЗ

 сместиться на (a, b)

 сместиться на $(1, 2)$

 КОНЕЦ ПОВТОРИ

 сместиться на $(10, 20)$

 ПОВТОРИ n РАЗ

 сместиться на $(-2, -4)$

 сместиться на $(-a, -b)$

 КОНЕЦ ПОВТОРИ

КОНЕЦ

Укажите возможное значение числа n , для которого найдутся такие значения чисел a , b , что после выполнения программы Чертёжник возвратится в исходную точку.

Ответ: 10.