

**В.С. Попов**

## **Задание ЕГЭ по информатике № 22 на многозадачность: нахождение критического пути аналитическими методами**

Рассмотрены методы аналитического решения заданий № 22 ЕГЭ по информатике на нахождение критического пути образца демонстрационного варианта ЕГЭ по информатике 2023 г.: с использованием таблицы, графа, диаграммы Ганта. Показаны преимущества и недостатки рассматриваемых методов, их связь с формированием универсальных компетентностей. Решение нового задания ЕГЭ по информатике № 22 2024 г. описано в другой статье конференции ЭССУ–2023 «Новое задание ЕГЭ по информатике № 22 на многозадачность 2024 г.: нахождение отрезка времени для одновременного выполнения указанного количества процессов».

**Ключевые слова:** ЕГЭ по информатике, многозадачность, процессная многозадачность, поточная многозадачность, методы решения задач, таблица, граф, диаграмма Ганта, универсальные компетентности.

В 2022/23 учебном году было изменено задание № 22 ЕГЭ по информатике. Если в спецификации контрольных измерительных материалов для проведения в 2022 г. ЕГЭ по информатике в качестве проверяемого элемента содержания для задания № 22 было указано умение анализировать алгоритм, содержащий ветвление и цикл [1], то в спецификации ЕГЭ 2023 г. в качестве проверяемого элемента содержания выступает построение математических моделей для решения практических задач, архитектура современных компьютеров и многопроцессорные системы [2]. В спецификации подчёркивается, что новое задание № 22 ЕГЭ по информатике призвано привлечь внимание к параллельному программированию, технологиям организации многопроцессорных/многопоточных вычислений [2].

Данная статья резюмирует аналитические методы решения нового задания № 22 по теме многозадачных вычислений, выделяя преимущества и недостатки каждого из рассмотренных методов аналитического решения, возможные смежные темы и направления для углубленного изучения содержания, связи содержания с развиваемыми универсальными компетентностями.

### **Понятие и виды многозадачности**

Ранее понятие многозадачности изучалось в школьном курсе информатики с точки зрения пользователя при противопоставлении однозадачных и многозадачных операционных систем (например, в [3]). М.А. Плаксин отмечает актуальность включения пропедевтики параллельного программирования в школьный курс информатики в связи с массовым распространением параллелизма вычислений на всех уровнях (многоядерные процессоры, многомашинные кластеры, многопроцессорные ЭВМ), а также актуальность формирования в школьном курсе информатики понятий «поток» и «процесс» и различий между ними [4]. Появление нового задания № 22 на многозадачные вычисления в ЕГЭ по информатике требует изучения многозадачности с точки зрения программиста. Известный американский программист и автор множества книг по программированию Г. Шилдт в [5, 6] разделяет многозадачные вычисления на многопроцессные и многопоточ-

ные: «Существуют многопроцессная и многопоточная виды многозадачности – с ориентацией на процессы и на потоки соответственно. Нужно осознавать разницу между ними.

Процесс представляет собой выполняемую программу. Как следствие, процессная многозадачность, или многозадачность, ориентированная на процессы, позволяет выполнять на одном компьютере несколько программ одновременно. Именно благодаря такой ориентированной на процессы многозадачности, мы можем работать с электронными таблицами (или с редактором текста) и в то же самое время использовать интернет-ресурсы в браузере. В процессно-ориентированной многозадачности программа является наименьшим элементом кода, которым может управлять планировщик задач.

Поток – это управляемая единица выполняемого кода. В многозадачной среде, ориентированной на потоки, или многопоточной среде, каждый процесс имеет по меньшей мере один поток. Это значит, что одна программа может выполнять несколько задач одновременно. Например, текстовый редактор может форматировать текст и в то же время выводить что-либо на печать, поскольку эти два действия выполняются в двух отдельных потоках.

Итак, различие между процессно- и поточно-ориентированной многозадачностью можно определить в следующем виде: процессно-ориентированная многозадачность обеспечивает одновременное выполнение программ, а поточно-ориентированная – одновременное выполнение частей одной и той же программы. Преимущество многопоточности состоит в том, что она позволяет писать очень эффективные программы, поскольку предоставляет возможность с толком использовать вынужденное время ожидания (простоя), которое имеет место во многих программах».

В случае замены термина «процесс» на термин «поток» задание № 22 ЕГЭ по информатике и способы его решения останутся прежними, однако изучение и корректное применение терминологии также является важной частью освоения любой научной дисциплины – и информатика не является исключением.

**Формулировка задания демонстрационного варианта ЕГЭ по информатике 2023 г.**

В файле содержится информация о совокупности  $N$  вычислительных процессов, которые могут выполняться параллельно или последовательно. Будем говорить, что процесс  $B$  зависит от процесса  $A$ , если для выполнения процесса  $B$  необходимы результаты выполнения процесса  $A$ . В этом случае процессы могут выполняться только последовательно.

Информация о процессах представлена в файле в виде таблицы. В первом столбце таблицы указан идентификатор процесса (ID), во втором столбце таблицы – время его выполнения в миллисекундах, в третьем столбце перечислены с разделителем «;» ID процессов, от которых зависит данный процесс. Если процесс является независимым, то в таблице указано значение 0.

**Типовой пример организации данных в файле**

ID процесса B	Время выполнения процесса B (мс)	ID процесса (ов) A
1	4	0
2	3	0
3	1	1; 2
4	7	3

Определите минимальное время, через которое завершится выполнение всей совокупности процессов, при условии, что все независимые друг от друга процессы могут выполняться параллельно.

Типовой пример имеет иллюстративный характер. Для выполнения задания используйте данные из прилагаемого файла [7].

	A	B	C
	ID процесса B	Время выполнения процесса B (мс)	ID процесса (ов) A
1			
2	1	4	0
3	2	3	0
4	3	1	1; 2
5	4	7	3
6	5	6	3
7	6	3	5
8	7	1	4; 6
9	8	2	7
10	9	7	0
11	10	8	0
12	11	6	9
13	12	6	10

Рис. 1. Данные из прилагаемого файла к заданию № 22 ЕГЭ по информатике

Ответ на задание: 17.

Решим представленное задание с использованием трёх методов: по таблице, используя граф, используя диаграмму Ганта.

**Метод аналитического решения по таблице**

Самым быстрым и удобным для школьников является метод аналитического решения задания № 22 ЕГЭ по информатике нахождение критического пути по таблице [8] (рис. 2–4). В качестве не-

достатков данного метода решения следует отметить возможность совершения арифметических ошибок при проведении вычислений, путаницу между первым столбцом таблицы (ID процесса  $B$ ) и номерами строк электронной таблицы, а также между различными столбцами электронной таблицы.

Для нахождения минимального времени, через которое завершится выполнение всей совокупности процессов, следует найти время окончания работы каждого процесса, из которых выбрать наибольшее, поскольку необходимо выполнение всех представленных в исходной таблице (см. рис. 1) процессов.

Решение задания следует начать с независимых процессов, для которых время окончания равно времени выполнения (рис. 2):  $T_{ок}(1) = 4$ ,  $T_{ок}(2) = 3$ ,  $T_{ок}(9) = 7$ ,  $T_{ок}(10) = 8$ , где  $T_{ок}(n)$  – время окончания выполнения процесса  $n$  при условии одновременного запуска всех независимых процессов в начале выполнения всей совокупности процессов.

	A	B	C	D
	ID процесса B	Время выполнения процесса B (мс)	ID процесса (ов) A	Время окончания процесса B (мс)
1				
2	1	4	0	4
3	2	3	0	3
4	3	1	1; 2	
5	4	7	3	
6	5	6	3	
7	6	3	5	
8	7	1	4; 6	
9	8	2	7	
10	9	7	0	7
11	10	8	0	8
12	11	6	9	
13	12	6	10	

Рис. 2. Метод аналитического решения по таблице (шаг 1)

Далее следует определить время окончания остальных процессов (рис. 3, 4): для каждого процесса время окончания вычисляется как сумма: 1) времени выполнения данного процесса и 2) максимального из времён окончания процессов, от которых зависит данный процесс, для случая зависимости от нескольких процессов или времени окончания единственного процесса, от которого зависит данный процесс, в случае зависимости от одного процесса. Например, время окончания процесса 3 может быть определено как  $T_{ок}(3) = T_{вып}(3) + \max(T_{ок}(1), T_{ок}(2))$ , в то время как время окончания процесса 4 может быть вычислено в виде  $T_{ок}(4) = T_{вып}(4) + T_{ок}(3)$ . Время окончания каждого из представленных в задании зависимых процессов может быть вычислено в следующем виде:

- $T_{ок}(3) = T_{вып}(3) + \max(T_{ок}(1), T_{ок}(2))$ ;
- $T_{ок}(4) = T_{вып}(4) + T_{ок}(3)$ ;
- $T_{ок}(5) = T_{вып}(5) + T_{ок}(3)$ ;
- $T_{ок}(6) = T_{вып}(6) + T_{ок}(5)$ ;
- $T_{ок}(7) = T_{вып}(7) + \max(T_{ок}(4), T_{ок}(6))$ ;
- $T_{ок}(8) = T_{вып}(8) + T_{ок}(7)$ ;
- $T_{ок}(11) = T_{вып}(11) + T_{ок}(9)$ ;
- $T_{ок}(12) = T_{вып}(12) + T_{ок}(10)$ .

Для вычисления времени окончания процессов 3 и 7 требуется найти максимальное из времён окончания тех процессов, от которых зависят процессы 3 и 7 соответственно. Каждый из процессов 4, 5, 6, 8, 11, 12 зависит лишь от одного предшествующего процесса.

Как видно из приведённых формул, задание может быть сведено к решению рекурсивной задачи или задачи динамического программирования.

	A	B	C	D
	ID процесса B	Время выполнения процесса B (мс)	ID процесса (ов) A	Время окончания процесса B (мс)
1				
2	1	4	0	4
3	2	3	0	3
4	3	1	1; 2	5
5	4	7	3	
6	5	6	3	
7	6	3	5	
8	7	1	4; 6	
9	8	2	7	
10	9	7	0	7
11	10	8	0	8
12	11	6	9	13
13	12	6	10	14

Рис. 3. Метод аналитического решения по таблице (шаг 2)

	A	B	C	D
	ID процесса B	Время выполнения процесса B (мс)	ID процесса (ов) A	Время окончания процесса B (мс)
1				
2	1	4	0	4
3	2	3	0	3
4	3	1	1; 2	5
5	4	7	3	12
6	5	6	3	11
7	6	3	5	14
8	7	1	4; 6	15
9	8	2	7	17
10	9	7	0	7
11	10	8	0	8
12	11	6	9	13
13	12	6	10	14

Рис. 4. Метод аналитического решения по таблице (шаг 3)

Решение задания № 22 ЕГЭ по информатике образца 2023 г. в электронных таблицах на уроках открывает путь к изучению содержания следующего уровня сложности: динамического программирования, рекурсии, функций электронных таблиц и др.

Более подробно данный метод решения описан в [8]. Также в статье [8] приведены дополнительные задачи для самостоятельного выполнения и их решения в виде таблиц.

#### Метод аналитического решения с помощью графа

Граф наглядно демонстрирует поток данных и поток управления для приведённых процессов. При аналитическом нахождении критического пути через построение и анализ графа сначала следует изменить форму представления информации с табличной

(см. рис. 1) на графическую (рис. 5), построив граф, вершинами которого будут процессы, а дугами – отношения зависимости процессов, отражённые в столбцах A и C исходной таблицы. Например, по данным из исходной таблицы (см. рис. 1) процесс 3 зависит от процессов 1 и 2, что отображается дугами графа  $P1 \rightarrow P3$  и  $P2 \rightarrow P3$ . Следующим шагом после построения размеченного графа следует его взвешивание: каждой вершине ставится в соответствие не только буквенно-числовая метка процесса (на рис. 5 указывается чёрным цветом внутри вершины), но и время выполнения процесса в миллисекундах (указывается красным цветом рядом с вершиной).

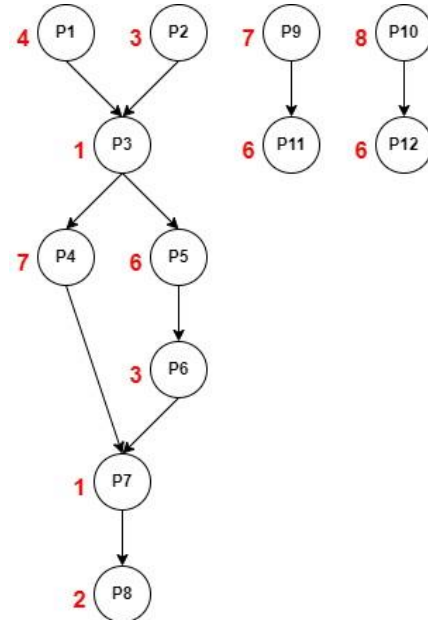


Рис. 5. Размеченный взвешенный граф для решения задания № 22 ЕГЭ по информатике 2023 г.

После построения графа по приведённой таблице задание сводится к решению задачи о самом длинном пути, или задачи о критическом пути [9]. При графическом способе решения данной задачи критическим путём является путь в орграфе (см. рис. 5), имеющий максимальную сумму весов своих вершин от истока, являющегося одним из независимых процессов, до соответствующего стока. Из рис. 5 видно, что граф всех процессов задания может состоять из нескольких изолированных подграфов, в этом случае время, через которое завершится выполнение всей совокупности процессов, является максимальным из возможных весов путей. Задача нахождения критического пути в графе может быть решена несколькими способами, самыми удобными из которых для выпускников школ являются перебор всех возможных путей и определение участков пути, имеющих наибольший вес, между точками сочленения графа.

Все возможные пути графа на рис. 5, для которых можно вычислить вес, после чего следует выбрать максимальное из вычисленных значений:  $P1 \rightarrow P3 \rightarrow P5 \rightarrow P6 \rightarrow P7 \rightarrow P8$  (критический путь, суммарный вес вершин является наибольшим),

$P1 \rightarrow P3 \rightarrow P4 \rightarrow P7 \rightarrow P8$ ,  $P2 \rightarrow P3 \rightarrow P5 \rightarrow P6 \rightarrow P7 \rightarrow P8$ ,  $P2 \rightarrow P3 \rightarrow P4 \rightarrow P7 \rightarrow P8$ ,  $P9 \rightarrow P11$ ,  $P10 \rightarrow P12$ .

Другим способом решения является нахождение и последующее комбинирование участков пути наибольшего веса между точками сочленения графа: если в изолированных подграфах  $P9 \rightarrow P11$  и  $P10 \rightarrow P12$  присутствует только один возможный путь, то в первом (самом левом на рис. 5) изолированном подграфе, как показано выше, существует 4 пути от независимых процессов, представленных вершинами P1 и P2 и являющихся истоками, до вершины P8, являющейся стоком – последним процессом, выполняемым в данном подграфе. Поскольку вершины P3 и P7 являются точками сочленения первого изолированного графа, во-первых, следует выбрать наибольший из весов для вершин P1 и P2 как предшествующих вершине P3, во-вторых, наибольший из весов вершины P4 и пути  $(P5 \rightarrow P6)$  как лежащих между точками сочленения P3 и P7. По представленным данным процесс P1 выполняется дольше процесса P2, путь  $(P5 \rightarrow P6)$  имеет больший вес, чем вершина P4. Следовательно, для первого изолированного подграфа самым длинным путём является путь  $P1 \rightarrow P3 \rightarrow P5 \rightarrow P6 \rightarrow P7 \rightarrow P8$ . После сравнения числовых значений путей для всех изолированных подграфов и выбора наибольшего будет рассчитан ответ на задание.

В данном задании критический путь проходит через вершины графа P1, P3, P5, P6, P7, P8 (рис. 6).

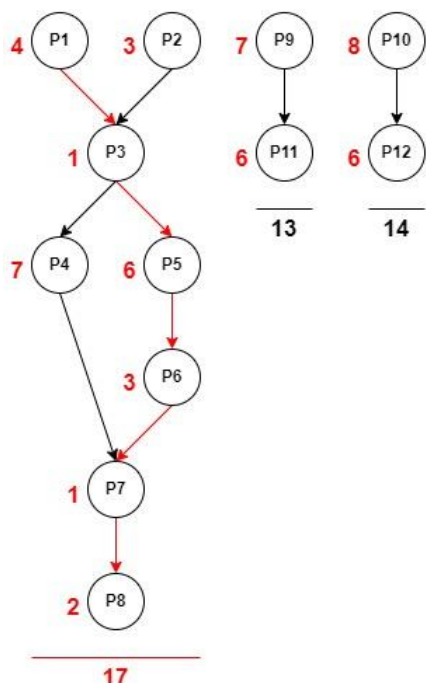


Рис. 6. Критический путь графа

Среди преимуществ метода аналитического решения рассмотренного задания с помощью графа можно выделить его наглядность, формирование навыков работы с информацией, представленной в графическом и табличном виде, изменения формы представления информации. Недостатками поиска

критического пути через построение графа являются большее время, затрачиваемое для решения задания из-за построения графа, возможность неверного построения графа или выбора неверного пути с максимальной суммой весов в графе, путаница между столбцами таблицы при построении графа.

На профильном уровне изучения информатики в школе решение задачи нахождения критического пути в графе может служить началом углубленного изучения теории графов: терминологии, приложений, а также большого разнообразия алгоритмов на графах, примерами которых могут быть алгоритмы Дейкстры, A\* и др. В качестве приложений теории графов для изучения на уроках информатики на углубленном уровне помимо нахождения времени выполнения процессов в многозадачной среде, рассмотрения и решения ряда популярных задач (задача коммивояжера, задача о ходе коня) можно предложить изучение способов построения оптимального маршрута на карте и метрик покрытия исходного кода при тестировании программного обеспечения.

Для более подробного описания метода нахождения критического пути для процессов с помощью графа и дополнительных заданий см. [10].

**Метод аналитического решения с помощью диаграммы Ганта**

Способ решения задания диаграммой Ганта может быть выполнен на клетчатой бумаге (рис. 7) или в электронной таблице (рис. 8).

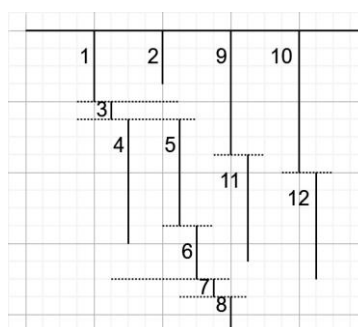


Рис. 7. Диаграмма Ганта на клетчатой бумаге

ID процесса	Время, мс																	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	x	x	x	x														
2	x	x	x															
3					x													
4						x	x	x	x	x	x							
5						x	x	x	x	x								
6											x	x	x					
7																x		
8																	x	x
9	x	x	x	x	x	x	x											
10	x	x	x	x	x	x	x	x										
11								x	x	x	x	x	x					
12									x	x	x	x	x	x				

Рис. 8. Диаграмма Ганта в Excel [11]

Длина каждого процесса на диаграмме Ганта соответствует времени выполнения процесса, а итоговая длина диаграммы Ганта соответствует продолжительности искомого критического пути. Каждый процесс может начаться только после выполнения всех процессов, от которых он зависит, поэтому на приведённых диаграммах Ганта в соответствии с

данными файла (см. рис. 1) процесс 3 выполняется после завершения процессов 1 и 2, и процесс 7 выполняется после завершения процессов 4 и 6, процессы 1, 2, 9, 10 являются независимыми и могут быть запущены в начале работы всей системы процессов, остальные процессы (4, 5, 6, 8, 11, 12) зависят лишь от одного предыдущего процесса каждый.

Каждый процесс запускается на следующей миллисекунде после окончания работы всех процессов, от которых он зависит так, как это показано на рис. 7, 8.

Преимущества данного метода решения являются наглядность и знакомство выпускников с полезным графическим подходом, широко применяемым в современных процессах планирования. Среди недостатков метода можно выделить возможность допущения ошибки при построении диаграммы Ганта, например, в виде начала зависимого процесса на последней миллисекунде работы предыдущего процесса или неправильного указания длины процесса в связи с путаницей между столбцами таблицы.

Изучение и построение диаграммы Ганта на уроках информатики может быть реализовано в контексте моделирования и открывает широкие возможности проектной деятельности не только в рамках учебного предмета и экспериментов с программным обеспечением управления проектами.

Описание построения диаграммы Ганта для задания ЕГЭ по информатике № 22 в 2023 г. приведено в [11, 12]. Построение диаграммы Ганта в Microsoft Project описано в [13].

#### **Методы компьютерного решения**

Удобным способом нахождения времени выполнения всех процессов является применение электронных таблиц, описанное в [11, 14]. Также для нахождения времени выполнения процессов возможно написание программы, что является более трудоёмкой задачей.

Применение электронных таблиц для автоматизированного вычисления времени выполнения всей совокупности процессов может быть не только основным решением задания № 22 ЕГЭ по информатике 2023 г. на нахождение критического пути, но и хорошим способом проверки ответа, полученного вручную с использованием вышеописанных методов.

#### **Изучение форм представления информации и различных методов решения задач на нахождение критического пути как составная часть комплексной системы развития универсальных компетентностей на уроках информатики**

Выше были представлены методы нахождения критического пути для системы взаимосвязанных процессов через анализ табличной модели и графических моделей – графа и диаграммы Ганта. Различные формы представления информации, их изменение и преобразование (текстовая, числовая, табличная, графическая), информационные модели, моделирование и формализация (исследование объектов

окружающей действительности и их связей через исследование их моделей, математическое, компьютерное и информационное моделирование, представление данных задания в виде формальной системы) являются таким содержанием учебного предмета «информатика», которое обосновано и естественным образом может быть связано с системой универсальных компетентностей, представленных в [15].

Обучение рассмотренным формам представления информации, видам моделей и методам решения задач развивает такие составляющие универсальной компетентности, как компетентность мышления (в виде развития критического и креативного мышления), компетентность взаимодействия с людьми (как минимум в виде решения коммуникативной задачи понимания текста и сути задания), компетентность взаимодействия с собой (в виде формирования мотивации к решению задачи, копирования и воспроизведения метода решения, изучения зоны ближайшего развития, элементов саморегулируемого обучения «планирование – практика – оценка», саморегулирования при решении задания). Универсальная (инструментальная) грамотность в рассмотренных примерах формируется через применение знаков различных типов, использование различных форматов репрезентации информации (таблица, граф, диаграмма Ганта, отражающие визуальное хронологическое представление процессов и выделяющие главные характеристики процессов как объектов и их взаимосвязи, открывающие возможность для понимания и осознания смысла предложенной задачи).

#### **Заключение**

В статье были рассмотрены методы нахождения критического пути в задании № 22 ЕГЭ по информатике образца 2023 г. с помощью аналитического решения. Показаны преимущества и недостатки методов аналитического решения задания по таблице с помощью графа и диаграммы Ганта, а также возможности углубленного изучения информатики и смежных предметов на примере рассмотренных методов. Для каждого из рассмотренных методов даны библиографические ссылки на источники и литературу. Также показана взаимосвязь обсуждаемых знаний, умений, навыков, форм представления информации, видов моделей, методов решения задач с развиваемыми у обучающихся универсальными компетентностями и грамотностями.

#### *Литература*

1. Спецификация контрольных измерительных материалов для проведения в 2022 году единого государственного экзамена по информатике. – М.: Федеральный институт педагогических измерений, 2021. – 10 с.
2. Спецификация контрольных измерительных материалов для проведения в 2023 году единого государственного экзамена по информатике. – М.: Федеральный институт педагогических измерений, 2022. – 12 с.
3. Поляков К.Ю. Информатика. Углублённый уровень: учеб. для 10 класса: в 2 ч. – Ч. 2 / К.Ю. Поляков, Е.А. Еремин. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. – 304 с.

4. Плаксин М.А. Пропедевтика параллельных вычислений в школьной информатике. Многопоточность и многозадачность // Информатика в школе. – 2017. – № 8 (131). – С. 48–57.
5. Шилдт Г. Java: полное руководство. 12-е изд. / Г. Шилдт. – М.: Диалектика-Вильямс, 2022. – 1344 с.
6. Шилдт Г. C# 4.0: полное рук-во: пер. с англ. / Г. Шилдт. – М.: Диалектика-Вильямс, 2011. – 1056 с.
7. Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена 2023 года по информатике. – М.: Федеральный институт педагогических измерений, 2022. – 21 с.
8. Попов В.С. Новая задача ЕГЭ по информатике № 22: решение по таблице // Потенциал: математика, физика, информатика. – 2022. – № 9. – С. 45–49.
9. Sedgewick R. Algorithms. Fourth edition / R. Sedgewick, K. Wayne. – Addison-Wesley, 2011. – PP. 658–667.
10. Попов В.С. Новая задача ЕГЭ по информатике № 22: решение с помощью графа // Потенциал: математика, физика, информатика. – 2022. – № 8. – С. 39–43.
11. Златопольский Д.М. Ещё раз о методике выполнения задания 22 демонстрационного варианта ЕГЭ по информатике 2023 года // Потенциал: математика, физика, информатика. – 2023. – № 1. – С. 43–51.
12. Попов В.С. Новая задача ЕГЭ по информатике № 22: строим диаграмму Ганта для процессов вручную //

Потенциал: математика, физика, информатика. – 2022. – № 12. – С. 41–44.

13. Попов В.С. Новая задача ЕГЭ по информатике № 22: решение в Microsoft Project // Потенциал: математика, физика, информатика. – 2022. – № 12. – С. 36–40.

14. Попов В.С. Новая задача ЕГЭ по информатике № 22: решение в электронных таблицах // Потенциал: математика, физика, информатика. – 2022 – № 10. – С. 30–38.

15. Универсальные компетентности и новая грамотность: от лозунгов к реальности / под ред. М.С. Добряковой, И.Д. Фрумина; при участии К.А. Баранникова, Н. Зиила, Дж. Мосс, И.М. Реморенко, Я. Хаутамяки; Нац. исслед. ун-т «Высшая школа экономики». – М.: Изд. дом Высшей школы экономики, 2020. – 472 с.

---

#### **Попов Владислав Сергеевич**

Ст. преп. каф. информационных систем и телекоммуникаций (ИУ-3) Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана (МГТУ им. Н.Э. Баумана), аспирант Института педагогического образования и социальных технологий Тверского государственного университета (ТвГУ)

Эл. почта: popov\_vlad@mail.ru